

# فیزیک اختصاصی ۲

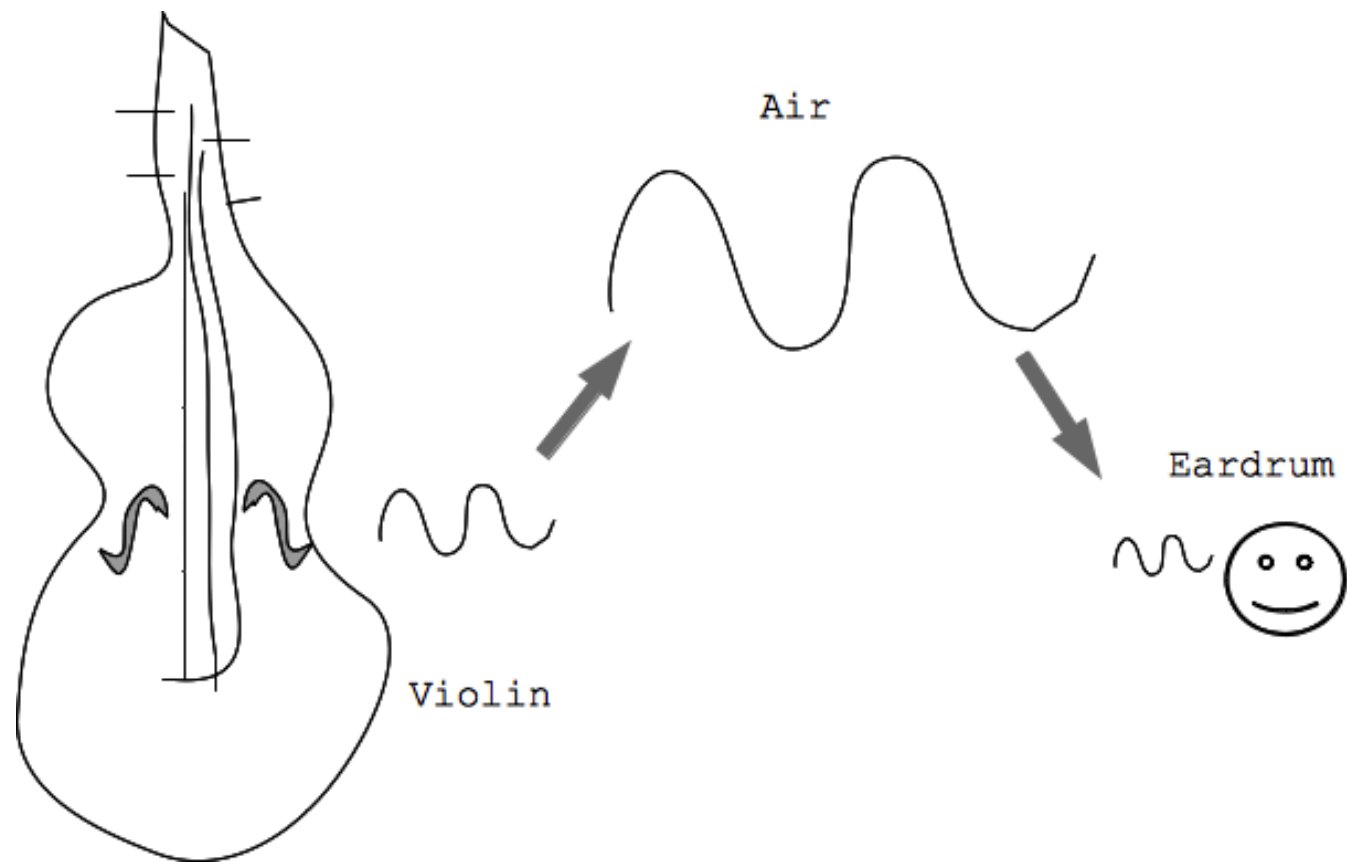
ارتعاش

مهندس علی چوپانی

# ارتعاش



- ارتعاش یک حرکت نوسانی حول نقطه تعادل است.
- هر حرکتی که در زمان های مساوی و متوالی (به نام زمان تناوب) عیناً تکرار شود، حرکت تناوبی نامیده می شود.
- حرکت تناوبی ذره ای را که روی یک مسیر واحد رفت و برگشت می کند، حرکت نوسانی یا ارتعاش می گویند.



• جابجایی هر ذره در حرکت تناوبی را همیشه می توان بر حسب سینوس و کسینوس بیان کرد.

• مثال هایی از حرکت نوسانی:

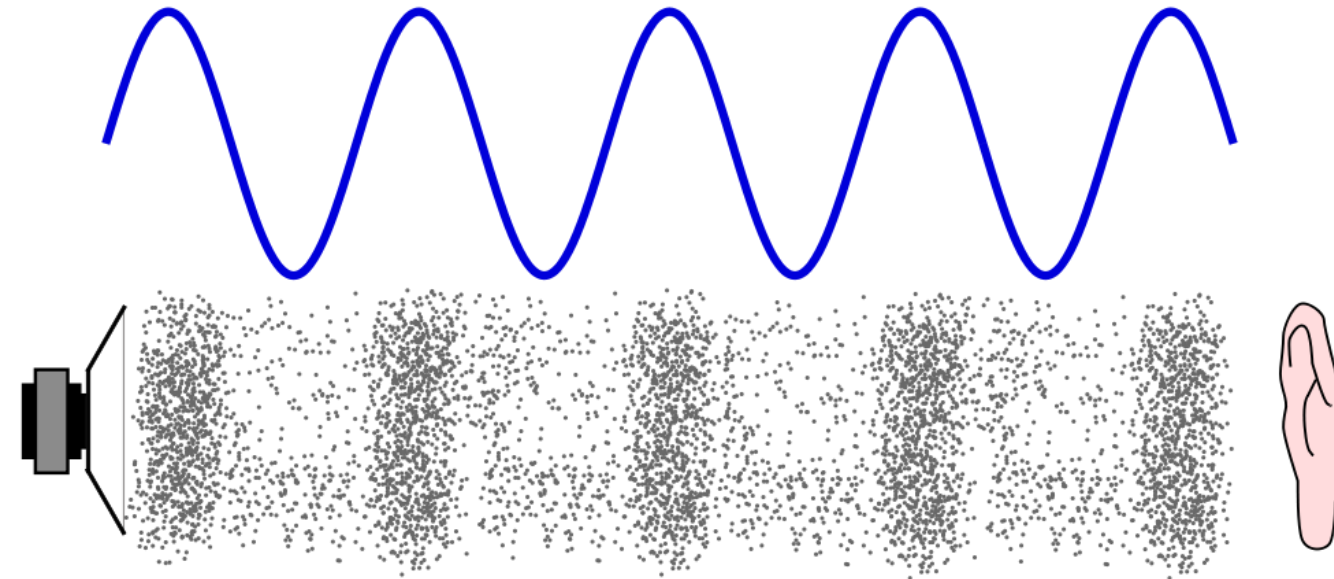
1. نوسان های رقاesk ساعت مچی
2. سیم ویولون
3. جرم متصل به فنر
4. اتم درون مولکول ها یا شبکه اجسام جامد
5. مولکول های هوا هنگام عبور موج صوتی

- ارتعاش یا لرزه یکی از عوامل همراه با صدا در محیط های صنعتی است.

- ارتعاش برخی مواقع تشدید کننده صدا و حتی علت ایجاد، یا منبع تولید صدا نیز می تواند باشد.

- نظر فیزیک، ارتعاش یک حرکت نوسانی جسم حول نقطه تعادل آن است.

- انرژی امواج ارتعاشی در تماس مستقیم با اعضاء و اندام ها می تواند در محدوده هایی مخاطره آمیز باشد.



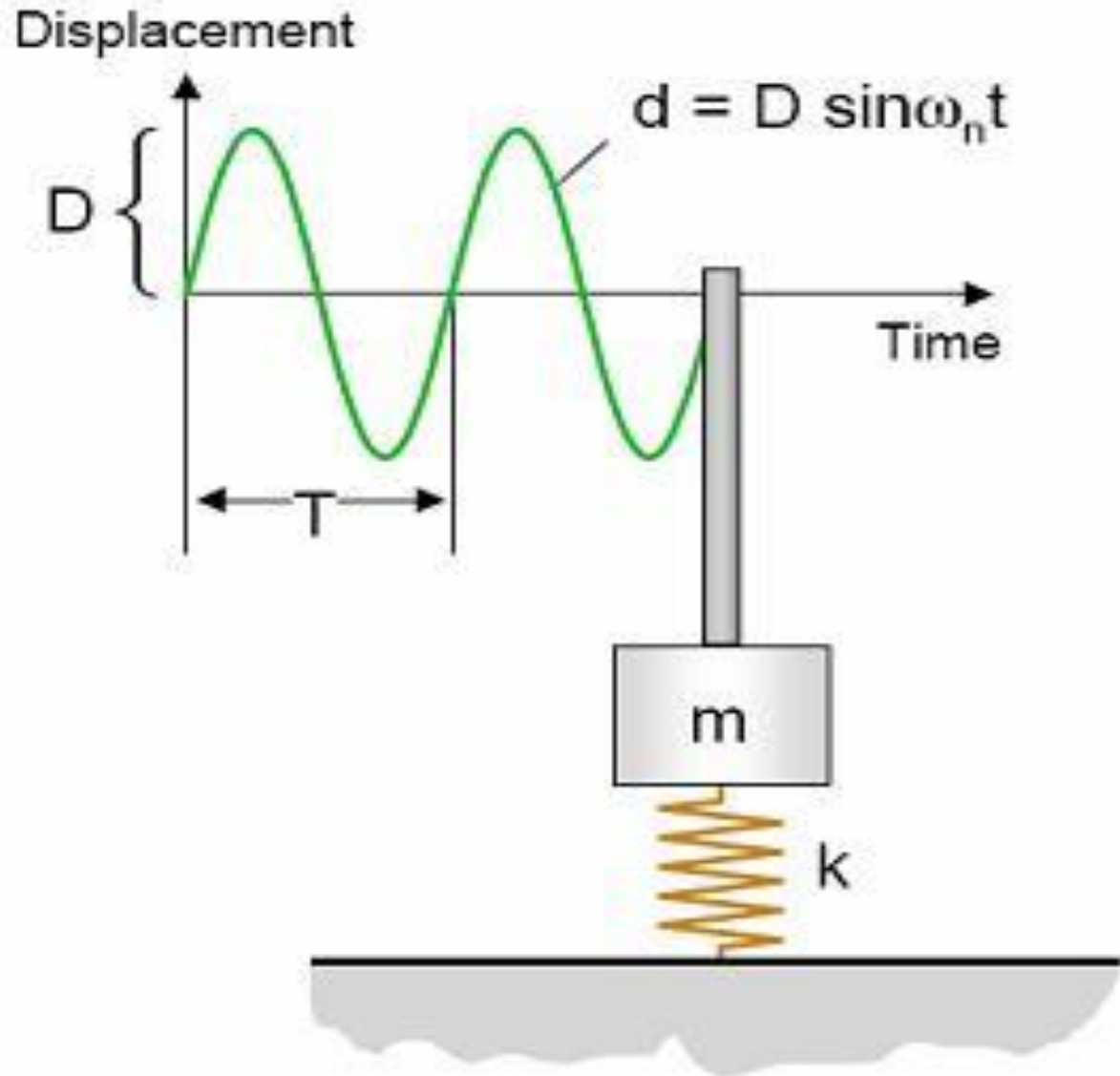
- انتقال انرژی مکانیکی از یک منبع مرتعش به بدن کارگر می تواند به ترتیب:



- باعث اختلال در راحتی یا آسایش فرد، کاهش بازدهی در اثر خستگی ناشی از ارتعاش و نیز اختلال در اعمال فیزیولوژیک کارگر گردد و در مواردی نیز می تواند باعث ضایعات اسکلتی و برخی بیماری ها گردد.

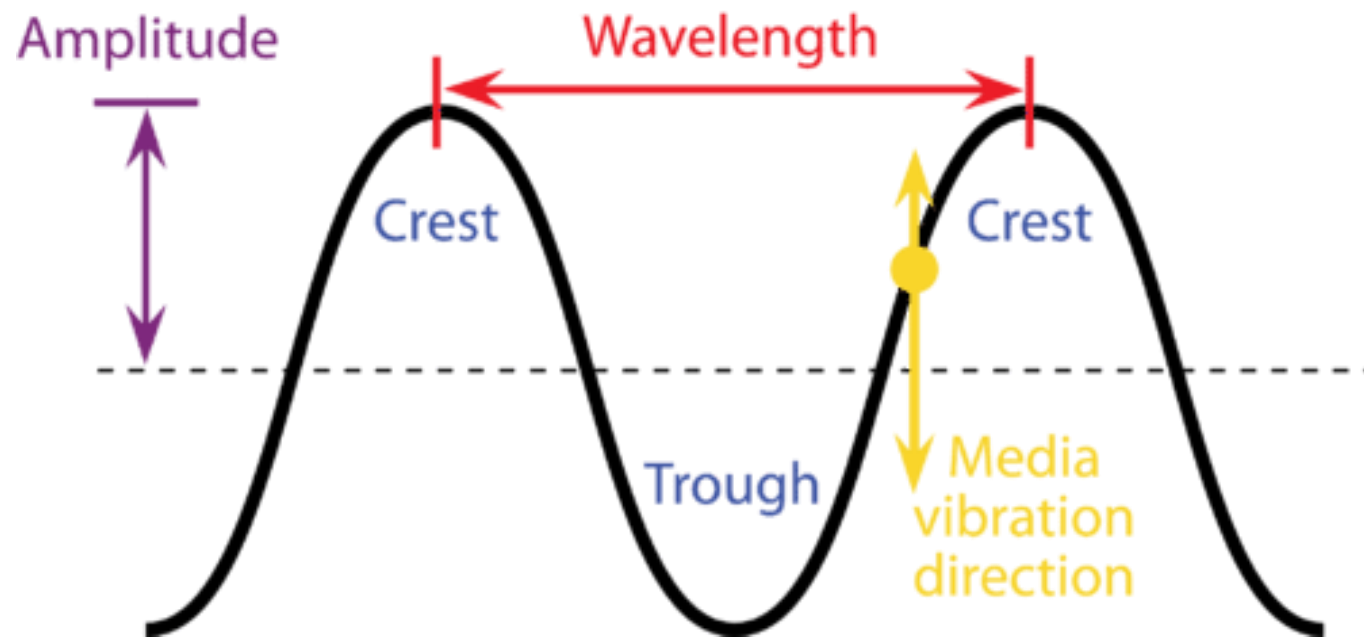
- صدا و ارتعاش هر دو از جنس امواج مکانیکی بوده و قابل تبدیل به یکدیگر می باشند.

# فیزیک ارتعاش



- فرکانس، دامنه جابجایی، و زمان تناوب از مشخصات این حرکت است.
- کلیه اجسامی که دارای جرم و فنریت (خاصیت کشسانی) باشند، قابلیت پذیرش و تولید ارتعاش را دارند.

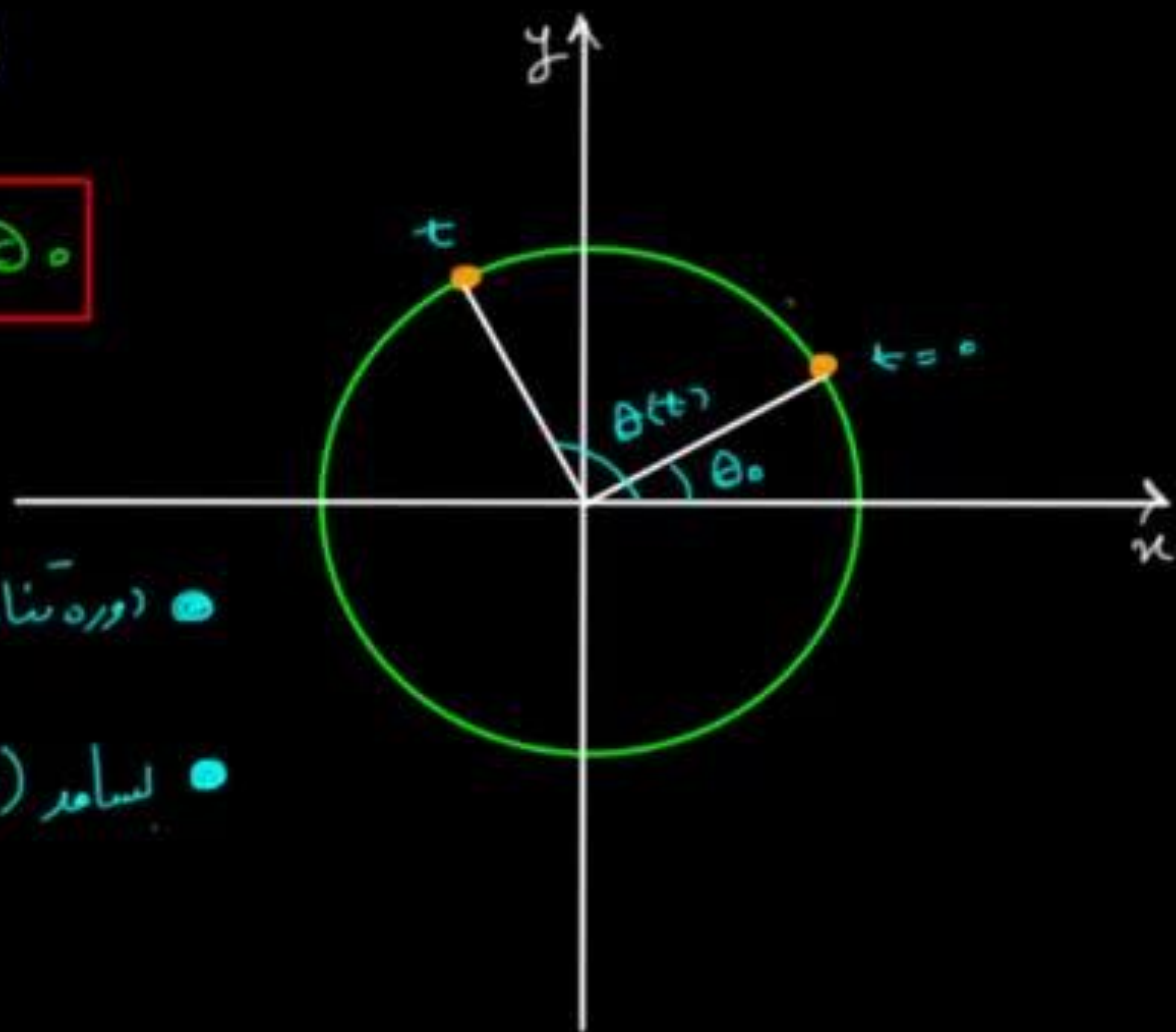
- مشخصه های اصلی امواج ارتعاشی به قرار زیر است:
- الف- دامنه (شامل دامنه های جابجایی، سرعت و شتاب)
- ب- فرکانس ( و فرکانس زاویه ای)
- ج- زمان تناوب
- د- طول موج
- هـ - نیرو



( $\bar{\omega} = \omega$ ) سرعة زاوية  $\omega$  غير متغيرة : حركة دائرية  $\omega$  بالمتوازي

$$\gamma(t) = \gamma_0 + \omega t$$

$$\bar{\omega} = \frac{\theta(t) - \theta_0}{t - 0} = \omega \Rightarrow \theta(t) = \omega t + \theta_0$$



• دورة تناوب ( $T$ ) ← زمان طرردن بید دور کامل ( $2\pi$  رادیان) (s)

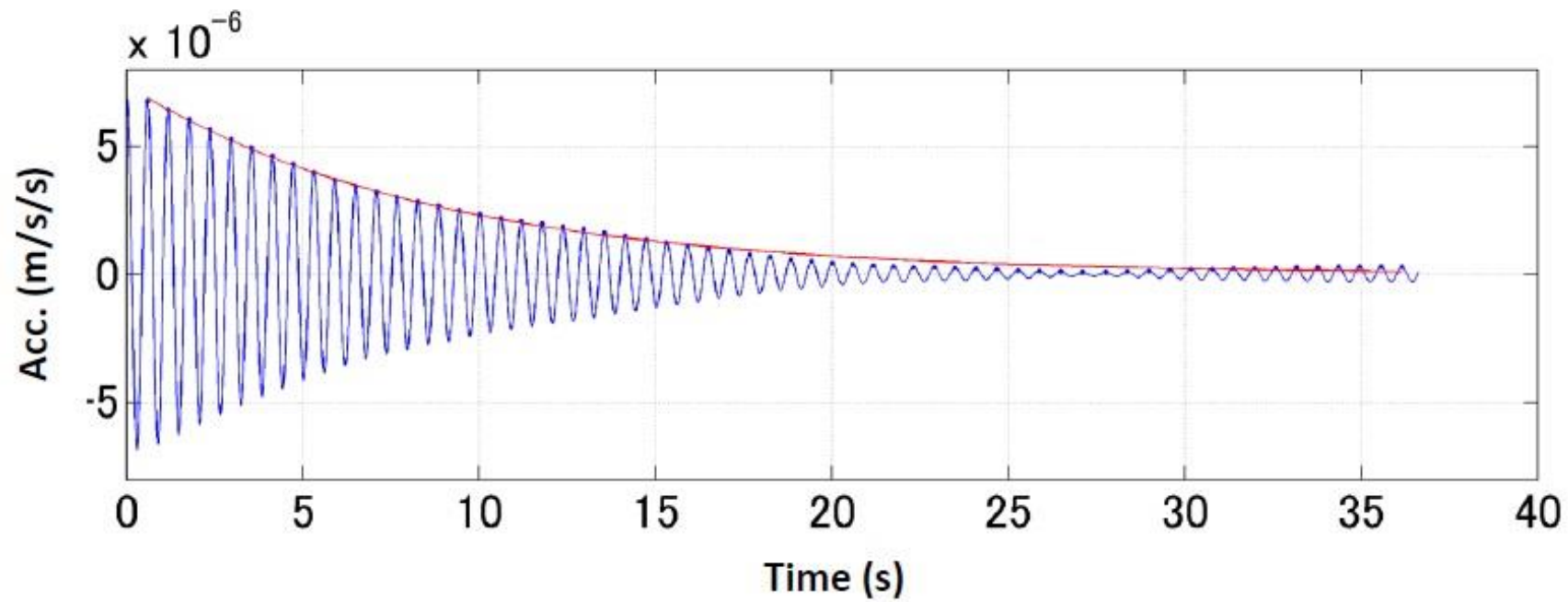
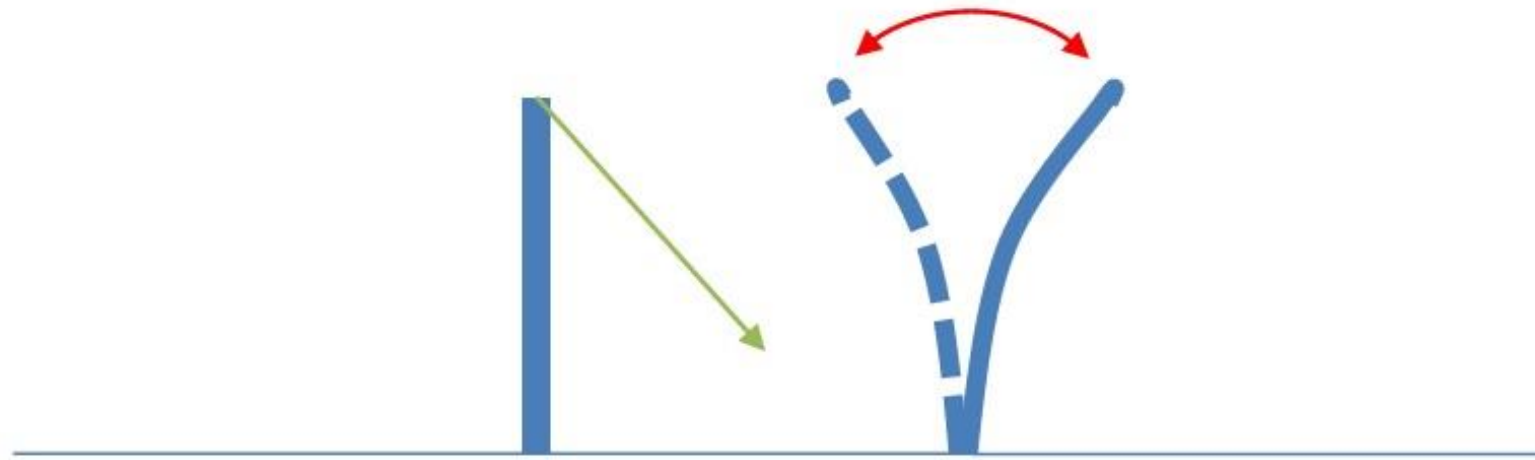
• بسامد (فرکانس) ( $f$ ) ← تعداد دورهای گانه



- فرکانس زاویه ای
- چون تصویر یک حرکت دورانی، حرکت نوسانی ساده است لذا فرکانس زاویه ای  $\omega$  برابر است با:
- 

$$\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$$

-



شکل ۱- شکل موج در ارتعاش آزاد

- معادله جابجایی

- اگر ارتعاش یک حرکت انتقالی منفرد در یک جهت ( $x$ ) داشته باشد، جابجایی لحظه ای حرکت از یک نقطه مرجع ( $A$ ) در سیستم متریک بر حسب متر چنین خواهد بود:

- $$X_{(m)} = X_{pae k} \sin(2\pi f t) = X_{pae k} \sin(\omega t)$$

- $X$ : جابجایی از نقطه تعادل ( $m$ )

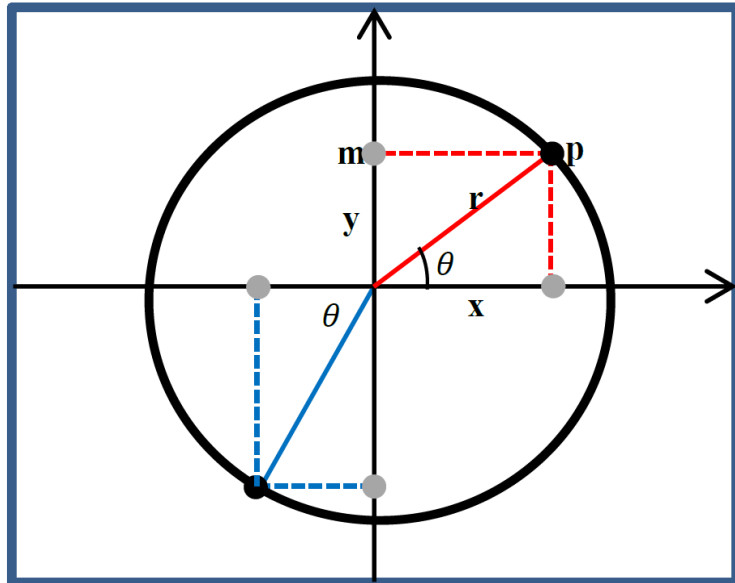
- $X_{pae k}$ : حداکثر جابجایی از نقطه مرجع (شروع) ( $m$ )

- $T$ : زمان  $s$

# مثال

- انتهای فنری را به یک سقف بسته و رها می کنیم. این فنر را به میزان ۱۰ سانتیمتر کشیده رها میکنیم. این فنر پس از رها سازی ۶۰ بار در مدت زمان ۱۰ ثانیه حرکت رفت و برگشتی انجام داده و متوقف می شود. دامنه حرکت این فنر را در ثانیه ۷ را تعیین کنید.

- در نظر بگیرید که ذره  $P$  روی دایره ای که شعاع آن برابر دامنه حرکت نوسانی است و آن را در دایره مرجع می نامیم با سرعت ثابت  $V$  و سرعت زاویه ای ثابت  $\omega$  بر حسب رادیان بر ثانیه حرکت می کند بطوری که مدت یک دور حرکت آن روی این دایره برابر زمان تناوب (یعنی یک نوسان کامل) حرکت نوسانی باشد.



$$\sin\theta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{y}{r}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{x}{r}$$

- فاصلهٔ تصویر  $m$  در هر لحظه از مرکز  $c$  یعنی  $cm=y$  را بُعد حرکت می گویند، اندازهٔ  $y$  بین صفر (در مرکز) و  $\pm r$  (در نقاط  $A$  و  $B$ ) تغییر می کند.
- بیشترین مقدار  $y$  یعنی  $r$  را دامنه حرکت می گویند.
- بُعد متحرک  $m$  در حرکت نوسانی بر روی خط راست  $AB$  بستگی به جای نقطهٔ  $p$  روی دایرهٔ مرجع دارد و با زاویهٔ  $\theta$  مشخص می شود.
- زاویهٔ  $\theta$  که مشخص کنندهٔ موقعیت نقطهٔ  $P$  روی دایرهٔ مرجع و نقطهٔ  $m$  روی قطر این دایره است، فاز حرکت نامیده می شود.

- معادله حرکت نوسانگر ساده:

- $t = 0$  (مبدأ زمان) هنگامی است که متحرک  $m$  در نقطه  $c$  است بعد حرکت یعنی فاصله  $cm$

$y =$  در لحظه  $t$  با توجه به شکل ۳-۴ از رابطه زیر محاسبه می شود:

- $y = r \sin \theta$

• شعاع حامل این نقطه یعنی  $CP$  با سرعت زاویه ای  $\omega$  می چرخد بنابراین  $\theta = \omega t$  و داریم:

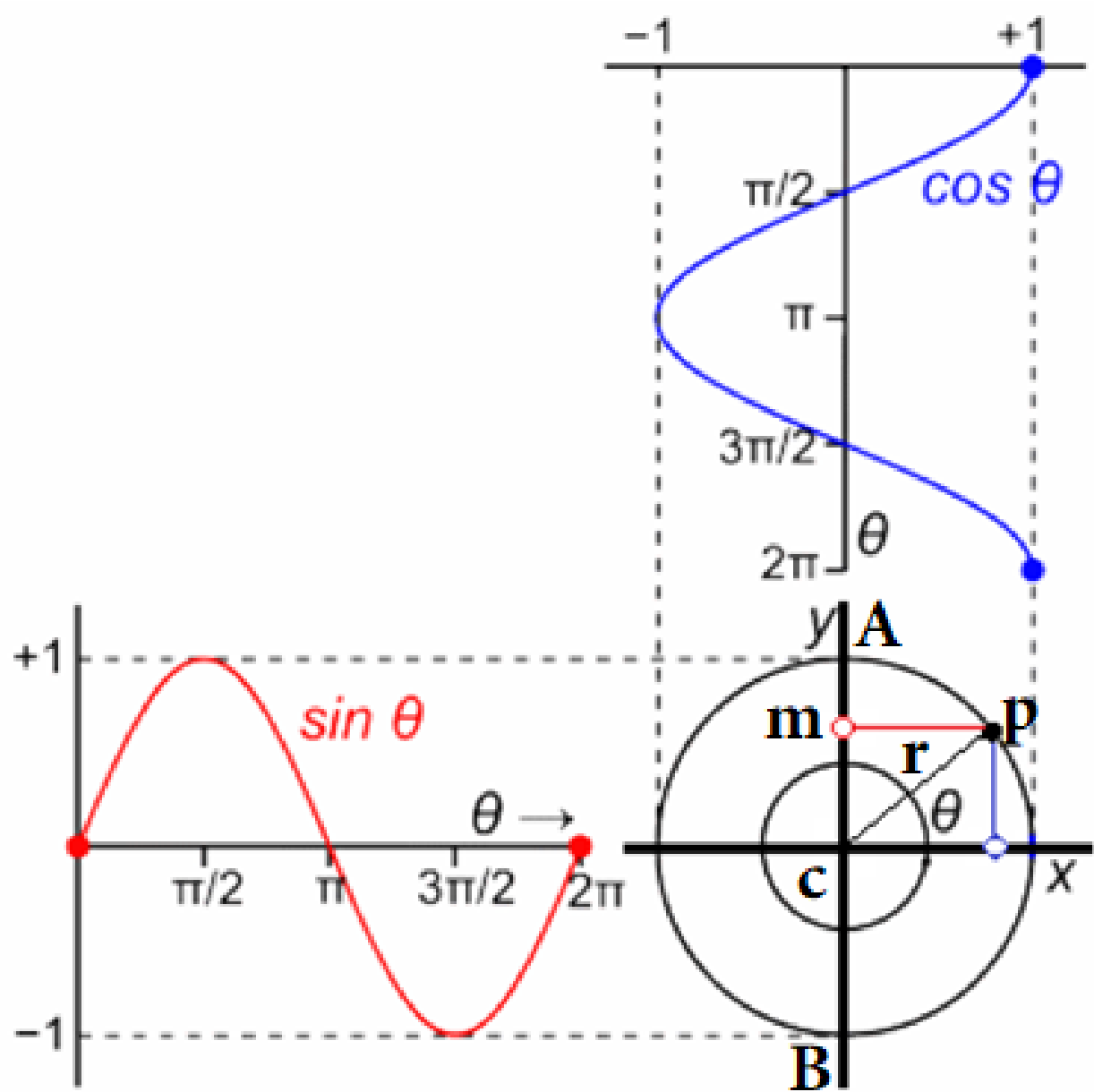
$$y = r \sin \omega t \quad \bullet$$

• بنابراین تعریف  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  یا  $f = \frac{\omega}{2\pi}$

• پس:

$$y = r \sin \frac{2\pi}{T} t = r \sin 2\pi f t \quad \bullet$$





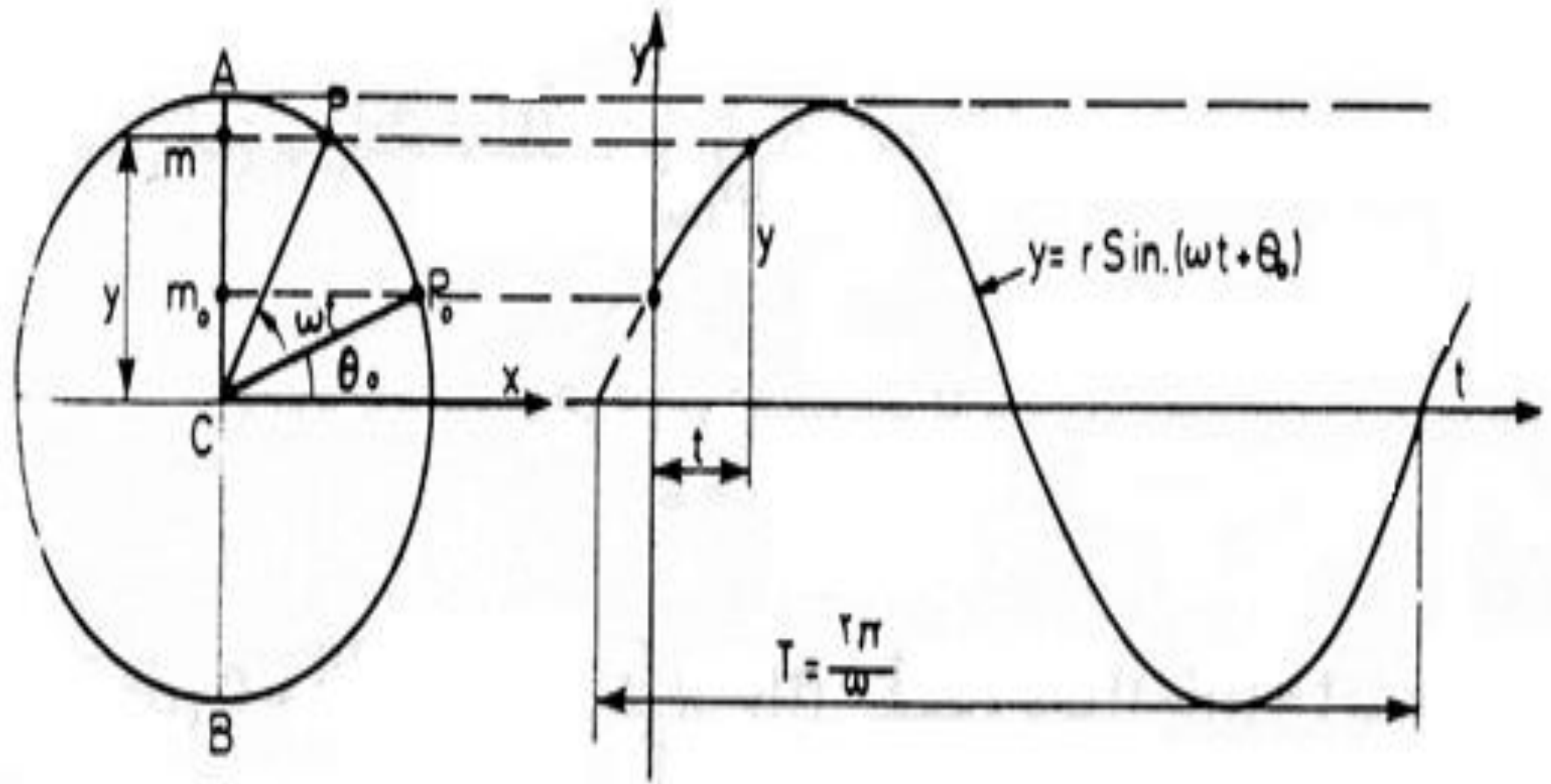
- اگر در بعد زمان متحرک از نقطه  $m_0$  حرکت کند، معادله حرکت نوسانی ساده به صورت زیر نوشته می شود:

$$y(t) = r \sin(\omega t + \theta_0)$$

یا

$$y(t) = r \sin(\omega t + \varphi)$$

- $\varphi$  ثابت فاز یا زاویه فاز است و مقدار آن به جابجایی و سرعت ذره در زمان  $t=0$  بستگی دارد.
- $(\omega t + \varphi)$  فاز حرکت: فاز در یک تابع سینوسی یا در یک موج می تواند به دو صورت تعریف شود:  
الف) زاویه اولیه نوسانگر در نقطه مبدا است که به آن اختلاف فاز هم می گویند و ب) کسری از چرخه موج است که نسبت به مبدا سپری شده است.



# معادله سرعت:

$$V(t) = \frac{dx}{dt} = -\omega r \sin(\omega t + \varphi) \bullet$$

یا •

$$V(t) = \frac{dy}{dt} = \omega r \cos(\omega t + \varphi) \bullet$$

• هنگامی که اندازه جابجایی ماکزیمم است یعنی  $x(t) = x_m$  یا  $y(t) = y_m$  اندازه سرعت مینیمم است

یعنی  $v(t) = 0$  و زمانی که اندازه جابجایی مینیمم (یعنی صفر) است اندازه سرعت ماکزیمم است یعنی

$V_{max} = r\omega$  موقعی که متحرک از مرکز می گذرد مربوط به لحظه  $t = 0$  یا  $t = k \frac{T}{2}$  است.

# معادله شتاب

$$a(t) = \frac{dV(t)}{dt} = -r\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) \bullet$$

یا •

$$a(t) = \frac{dV(t)}{dt} = -r\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) \bullet$$

• علامت منفی نشان دهنده این است که جهت بردار شتاب  $a$  همواره متوجه مرکز است به عبارت دیگر  $y$  و  $a$  مخالف یکدیگرند. بیشترین مقدار شتاب مربوط به حالتی است که  $y=r$  باشد

$$\omega t = \frac{\pi}{2} \rightarrow a_{max} = \omega^2 r \bullet$$

# قانون نیرو برای حرکت هماهنگ ساده

- حال که چگونگی تغییر شتاب یک ذره با زمان را تعیین کردیم، می توانیم با استفاده از قانون دوم نیوتن بفهمیم که چه نیرویی باید به ذره وارد شود تا این شتاب را ایجاد کند.

$$F = ma = -(m\omega^2)x \quad \bullet$$

- این معادله تعریف دیگری از حرکت هماهنگ ساده است و بیان می کند؛ حرکت هماهنگ ساده حرکت ذره ای است که به آن نیرویی متناسب با جابجایی و با علامت مخالف وارد می شود. این نتیجه «یعنی نیروی بازگرداننده متناسب با جابجایی ولی با علامت مخالف» همان قانون هوک برای فنر است:

$$F = -Kx \quad \bullet$$

• بنا بر این با ترکیب معادله ۳-۲۱ و ۳-۲۲ ثابت فنر باید بصورت زیر باشد:

$$F = -Kx = -(m\omega^2)x \quad \bullet$$

$$K = (m\omega^2) \quad \bullet \quad \text{معادله ۳-۲۳}$$

• با تبدیل معادله ۳-۲۳ فرکانس زاویه ای را بصورت زیر تعیین کرد:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad \bullet \quad \text{معادله ۳-۲۴}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \bullet$$

# مثال

- قطعه ای به جرم  $m=۶۸۰$  به فنری با ثابت  $k=۶۵$  N/m متصل شده است. قطعه از نقطه تعادل خود در  $x=۰$  به  $x=۱$  cm کشیده شده، در  $t=۰$  از حالت سکون رها می شود. سطح بدون اصطکاک است. الف) فرکانس زاویه ای، فرکانس و تناوب حرکت حاصل را بیابید.



- حداکثر جابجایی زمانی است که:

$$\sin(\omega t) = \pm 1 \bullet$$

- در صورتی که  $X_{peak} = r$  در نظر گرفته شود خواهیم داشت:

$$X_{(m)} = r \sin \omega t \bullet$$

• معادله سرعت

• در معادله سرعت مقادیر دامنه سرعت عبارتست از جابجایی در واحد زمان که در سیستم متریک بر حسب m/s بیان می گردد. به عبارت ریاضی سرعت جابجایی نسبت به زمان است.

$$V(\text{m/s}) = \frac{dx}{dt} = \omega X_{paek} \cos(\omega t) \quad \bullet$$

$$V(\text{m/s}) = \omega X_{paek} \sin(\omega t + \pi/2) \quad \bullet$$

$$V(\text{m/s}) = X\omega \quad \bullet$$

- حداکثر جابجایی زمانی است که:

$$\sin(\omega t) = \pm 1$$

- به عبارت دیگر می توان نوشت:

- $V(\text{m/s}) = V_{paek} \cos(\omega t)$

- در صورتی که مانند قسمت قبل  $X_{paek} = r$  در نظر گرفته شود خواهیم داشت:

- $V(\text{m/s}) = r\omega \cos(\omega t)$

- حداکثر سرعت زمانی که:

- $\cos(\omega t) = \pm 1$

- معادله شتاب

- شتاب یک حرکت ارتعاشی برابر است با تغییرات سرعت نسبت به زمان ( یا تغییرات سرعت در واحد زمان).

- این کمیت مشتق ریاضی سرعت نسبت به زمان و مشتق دوم جابجایی نسبت به زمان است. شتاب در سیستم متریک بر حسب  $m/s^2$  یا  $g$  (شتاب ثقل) بوده که هر  $g$  معادل  $9.81m/s^2$  است:

- $$A(m/s^2) = d^2X/dt^2 = dv/dt = -\omega^2 X_{paek} \sin(\omega t)$$

- $$A(m/s^2) = A_{paek} \sin(\omega t)$$

• حداکثر جابجایی زمانی است که:

$$\sin(\omega t) = \pm 1 \quad \bullet$$

$$A = -x\omega^2 \quad \bullet$$

